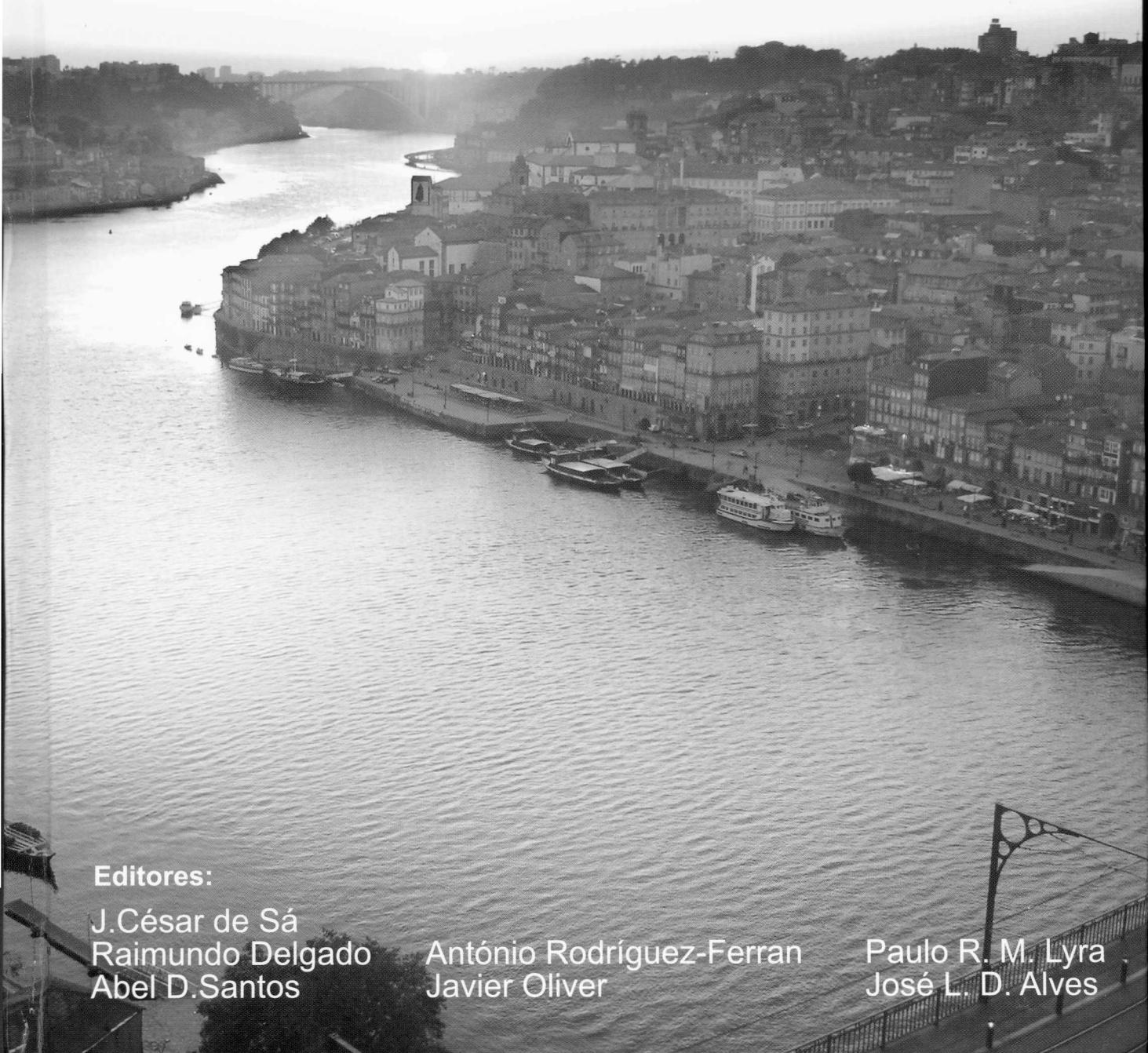


Métodos Numéricos e Computacionais em Engenharia

CMNE CILAMCE

2007



Editores:

J.César de Sá
Raimundo Delgado
Abel D.Santos

António Rodríguez-Ferran
Javier Oliver

Paulo R. M. Lyra
José L. D. Alves

Métodos Numéricos e Computacionais em Engenharia

CMNE CILAMCE
2007

Editores:

José César de Sá
Raimundo Delgado
Abel D. Santos
António Rodriguez-Ferran
Javier Oliver
Paulo R. M. Lyra
José L. D. Alves

Publicado por:



Associação Portuguesa de Mecânica
Teórica, Aplicada e Computacional



Sociedad Española de Métodos
Numéricos en Ingeniería



Associação Brasileira de Métodos
Computacionais em Engenharia

Métodos Numéricos e Computacionais em Engenharia

CMNE CILAMCE 07

José César de Sá, Raimundo Delgado, Abel D. Santos, António Rodríguez-Ferran, Javier Oliver, Paulo R. M. Lyra, José L. D. Alves (Eds.)

Primeira edição, Junho 2007

© 2007 APMTAC/FEUP - Associação Portuguesa de Mecânica Teórica, Aplicada e Computacional/
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
R.Roberto Frias s/n, 4200-465 Porto, Portugal

Capa

Design de: Isabel Novais e Filipe Amaral

Foto: Ribeira do Porto (A.D. Santos)

Impresso por: Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Depósito legal: 259977/07

ISBN: 978-972-8953-16-4

PRINTED IN PORTUGAL

ÍNDICE

Sessões Plenárias

Modelling of Fracturing Solids and Particulate Media in The Presence of Coupled Fields <i>D.R.J. Owen, Y.T. Feng, K. Han, F. M. A. Pires, J. Yu</i>	3
Computational Problems in Fusion Technology <i>Bernhard A. Schrefler, Daniela P. Boso, Marek Lefik</i>	6
High-Order Discontinuous Galerkin Solution of Low - and High-Reynolds Number Compressible Flows <i>F. Bassi, A. Crivellini, D. A. Di Pietro, S. Rebay</i>	7
Ignition, Lift-Off and Blow-Off of Diffusion Flames <i>Amable Liñán</i>	8
Krylov Space Solvers and Related Data Structures in Finite Element Analysis <i>Lucia Catabriga</i>	9
Modelação do Comportamento de Estruturas de Alvenaria <i>João Azevedo, António S. Gago</i>	10
Numerical Simulation of Hydropower Reservoir Flows and Transports for Environmental Analysis <i>Norberto Mangiavacchi, Cassio B. P. Soares, Luiz M. Carvalho</i>	11
Simulation of Damage and Fracture of Polymer-Based Laminated Composites <i>Pedro P. Camanho</i>	12

Sessões Temáticas

Aeroelasticidad e Engenharia dos Ventos

Organizador: José Ángel Jurado

Análisis Híbrido del Flameo y el Bataneo en Puentes de Gran Vano <i>José Á. Jurado, Alberto León, Félix Nieto, Santiago Hernández</i>	19
Comparación de diversas funciones indiciales para la resolución del flameo de una placa plana en el dominio del tiempo <i>Alberto León, José Á. Jurado, Santiago Hernández, Félix Nieto</i>	20
Ensayos Aeroelásticos de un Modelo de Puente de Arco Sobre el Río Tajo <i>A. Barrero-Gil, G. Alonso, J. Meseguer</i>	21
Programación Distribuida Aplicada al Problema de Optimización Aeroelástica de Puentes Colgantes con Sección en Cajón <i>Félix Nieto, Santiago Hernández, José Á. Jurado, Alberto León</i>	22
Projeto de Pás para Uso em Ventiladores Usando Elementos Finitos <i>F. D. Foroni, M. A. Menezes e L. A. Moreira Filho</i>	23
Túneles de Viento Virtuales: Razones para esta Metodología. <i>S. Hernández, J. A. Jurado, A. Baldomir, A. León y F. Nieto</i>	24

Vibrações Associadas à Variação Rápida da Rígidez da Via Férrea por Acção de Carga Móvel

Zuzana Dimitrovová, José N. Varandas, João R. de Almeida, Manuel A.G. Silva

126

Elementos de Fronteira

Organizado por: *Andrés Sáez, A. Tadeu*

Acoplamiento MEC-MEF Usando una Metodología Mortar 3D en Problemas Elasto-Estáticos
Luis Rodriguez-Tembleque, Ramón Abascal

129

Análise 2D Transiente de Estruturas Através do Emprego do MEC, Utilizando Reciprocidade Dual

*Edson Pedrosa de Oliveira Cavalcante Pessôa, João Carlos Cordeiro Barbirato,
Francisco Patrick Araújo Almeida*

130

Análise de Lajes Lisas por Meio do Método dos Elementos de Contorno Baseado na Teoria de Reissner

Jean Carla M. Araújo Beckler, Samir S. Saliba, Gabriel de Oliveira Ribeiro

131

Análise de Problemas Inversos de Valor de Contorno em Domínios Multi-Regiões Via MEC
M.D.C. Ferreira, W.S. Venturini

132

Aplicação do Método dos Elementos de Contorno a Problemas de Potencial Heterogêneos com Condição de Contorno Não Linear

T. F. Luiz, J. C. F. Telles

133

Aplicação dos Métodos de Elementos de Contorno e de Reciprocidade Dual em Problemas Elastoplásticos Considerando Diferentes Critérios de Plastificação

Gilberto Gomes, Paul W Partridge, Guillermo J Creus, William TM Silva

134

Aproximação Quadrática do Método dos Elementos de Contorno para Análise Térmica de Materiais com Gradação Funcional

Clayton T. Aquino, Francisco P.A. Almeida

135

Desenvolvimento de um Novo Algoritmo para Análise Viscoplástica com o Método dos Elementos de Contorno Aplicado a Problemas Geotécnicos

Marcos Noronha, Nicholas Carbone

136

Estabilidad Frente a la Discretización de la Formulación Dual del MEC en Dinámica de Sólidos Anisótropos.

Felipe García Sánchez, Ramón Rojas Díaz, Andrés Sáez

137

Estudio Numérico de las Vibraciones Ocasionadas en el Suelo y en Estructuras Cercanas a la Vía por el Paso de Trenes de Alta Velocidad

P. Galvin, J. Dominguez, A. Sáez

138

Fator de Intensidade de Tensão Via Integral J E MEC Dual Elastoplástico

Marcello C. Teixeira, Fernando A. De Paula

139

Formulação Alternativa para Análise de Sub-Regiões e Inclusões Anisotrópicas Via Método dos Elementos de Contorno

Carlos Alberto Cabral de Azevedo, Wilson Sergio Venturini

140

Formulação do Método dos Elementos de Contorno para a Análise de Placas Enrijecidas <i>Leandro Waidemam, Wilson Sergio Venturini</i>	141
Formulación Dinámica del Método de los Elementos de Contorno para el Análisis de Sólidos Magnetoelectroelásticos Fisurados <i>Ramón Rojas Diaz, Felipe García Sánchez, Andrés Sáez Pérez</i>	142
Fractura de Sólidos Piezoelectricos Tridimensionales <i>M. Solís, J.A. Sanz, M.P. Ariza, J. Domínguez</i>	143
Identificación de Cavidades en un Estrato Mediante Técnicas de Grandiente y el Método de la Variable Adjunta <i>A. Martínez-Castro, R. Gallego</i>	144
Implementação da Solução Fundamental de Elasticidade para Problemas Axissimétricos no Semi-Espaço no Método dos Elementos de Contorno <i>Maria F. F. de Oliveira, Antony P. S. Selvadurai, Ney A. Dumont</i>	145
Influencia del Nivel de Agua del Embalse en la Respuesta Sísmica de Presas Bóveda <i>Juan J. Aznárez, Orlando Maeso</i>	146
Integração Quase-Singular para Elementos de Contorno Unidimensionais na Solução de Problemas Potenciais <i>Gustavo A.G.F. Amaral, Clayton T. Aquino, Francisco P.A. Almeida</i>	147
Iterative Coupling of Different Boundary Element Formulations: Applications Concerning Time-Domain Nonlinear Analysis of Fluidsoil-Structure Coupled Systems <i>Delfim Soares Jr., Webe J. Mansur</i>	148
Métodos Iterativos no Método dos Elementos de Fronteira <i>F. P. Valente, H. L. G. Pina</i>	149
Modelagem de Cascas Abatidas Através do MEC <i>E. T. Lima Junior, W. S. Venturini</i>	150
Modelo Numérico para el Cálculo de Impedancias Dinámicas de Pilotes y Grupos de Pilotes <i>Luis A. Padrón, Juan J. Aznárez, Orlando Maeso</i>	151
Nova Formulação para Busca de Pólos de Quase-Singularidade Complexos em Modelos Tridimensionais de Elementos de Contorno <i>Calebe P. G. De Souza, Marcos A. M. Noronha</i>	152
O Método das Soluções Fundamentais com uso de um Algoritmo Genético Simples Aplicado a Problemas da Elasticidade Linear <i>Glauceny C. de Medeiros, Li Chong Lee B. de Castro, Paul W. Partridge</i>	153
On Strategies to Incorporate Rigid Body Conditions in an Indirect Version of the Boundary Element Method <i>Luiz Henrique Thomazo, Euclides Mesquita</i>	154
Simple Bending Analysis of Stiffened Plates by a Formulation of the Boundary Element Method Based on Reissner's Hypothesis <i>Gabriela R. Fernandes, Danilo H. Konda</i>	155

MODELO NUMÉRICO PARA EL CÁLCULO DE IMPEDANCIAS DINÁMICAS DE PILOTES Y GRUPOS DE PILOTES

Luis A. Padrón, Juan J. Aznárez y Orlando Maeso

Instituto Universitario Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Edificio Central del Parque Científico y Tecnológico. Campus Universitario de Tafira.
35017-Las Palmas de Gran Canaria. España.
e-mail: lpadron@iusiani.ulpgc.es; jaznarez@iusiani.ulpgc.es; omaeso@iusiani.ulpgc.es

RESUMEN

El análisis dinámico de cimentaciones pilotadas sujetas a cargas armónicas ha sido tratado por numerosos autores durante las últimas décadas. Una de las características principales del comportamiento dinámico del sistema es su matriz de rigidez dinámica, que relaciona las solicitudes aplicadas al encepado con los desplazamientos relativos resultantes.

En gran parte de estos trabajos se utiliza el Método de los Elementos de Contorno (MEC) para modelar el suelo y Elementos Finitos (MEF) tipo barra, o formulaciones equivalentes, para modelar los pilotes. Otra aproximación más rigurosa es la de utilizar el MEC tanto para el suelo como para los pilotes, tal y como han hecho dos de los autores de este trabajo para suelos elásticos y poroelásticos. El alto coste computacional es la mayor desventaja de esta alternativa.

En esta comunicación se presenta un método acoplado MEF-MEC para el análisis dinámico en régimen armónico de cimentaciones pilotadas en suelos elásticos. Los pilotes se modelan utilizando el MEF como vigas de acuerdo a la hipótesis de Bernoulli, mientras el suelo es modelado usando el MEC como un medio continuo, semi-infinito, isotrópico, lineal y viscoelástico. Los pilotes se consideran como cargas aplicadas en el interior del suelo desde el punto de vista de la representación integral del mismo, no considerándose la discontinuidad del suelo debido a la presencia de la cimentación.

Debido al reducido número de grados de libertad, la formulación permite el análisis de encepados o grupos de encepados con gran número de pilotes. Otros aspectos importantes tales como la presencia de discontinuidades geotécnicas o topográficas en el suelo pueden ser contemplados fácilmente, incluyendo suelos estratificados o el caso de pilotes hincados en base rocosa.

Con el objetivo de validar el modelo se presentan resultados de impedancias de encepados cuadrados de 2x2, 4x4 y 5x5 pilotes en diversas configuraciones geométricas, incluyendo el caso de la presencia de una base rocosa bajo la cimentación. Los resultados obtenidos se han comparado con otros presentes en la literatura, encontrando un acuerdo excelente. Se presentan y analizan también distribuciones de cortante a lo largo de pilotes pertenecientes a un encepado cuadrado de 5x5.

MODELO NUMÉRICO PARA EL CÁLCULO DE IMPEDANCIAS DINÁMICAS DE PILOTES Y GRUPOS DE PILOTES

Luis A. Padrón, Juan J. Aznárez y Orlando Maeso*

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería
(IUSIANI)

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Edificio Central del Parque Científico y Tecnológico. Campus Universitario de Tafira
35017 - Las Palmas de Gran Canaria. España.
e-mail: lpadron@iusiani.ulpgc.es; jaznarez@iusiani.ulpgc.es; omaeso@iusiani.ulpgc.es

Palabras clave: Elementos de Contorno, Elementos Finitos, Interacción pilote-suelo, Grupos de pilotes, Impedancias dinámicas.

Resumen. *Se presenta un método acoplado MEF-MEC para el análisis dinámico en régimen armónico de cimentaciones pilotadas en suelos elásticos. Los pilotes se modelan utilizando el MEF como vigas de acuerdo a la hipótesis de Bernoulli, mientras el suelo es modelado usando el MEC como un medio continuo, semi-infinito, isótropo, lineal y viscoelástico. Distintos resultados de impedancias de grupos de pilotes con diversas configuraciones geométricas han sido obtenidos y comparados con otros presentes en la literatura, encontrándose un acuerdo excelente. Distribuciones de cortante en pilotes pertenecientes a un encepado cuadrado de 5×5 también son representadas.*

1. INTRODUCCIÓN

Los primeros modelos establecidos para el análisis del comportamiento dinámico de cimentaciones pilotadas datan de los años 70 del siglo pasado [1-4]. Desde entonces, este tema ha sido objeto de numerosos trabajos en los que se aborda el problema desde distintos planteamientos, parte de los cuales hace uso de formulaciones integrales en el contorno en conjunción con elementos finitos tipo viga para incluir la rigidez de los pilotes [5-16]. Un resumen de los trabajos realizados en este sentido entre los años 1986 y 1996 puede encontrarse en [17].

Ya durante los últimos diez años, algunos autores han utilizado una aproximación más versátil y rigurosa, si bien computacionalmente más costosa, donde tanto el suelo como los pilotes se modelan a través del Método de los Elementos de Contorno (MEC) [18-21].

Con el objetivo de disminuir el número de grados de libertad del modelo pero mantener la versatilidad y el rigor en el análisis dinámico en régimen armónico de cimentaciones pilotadas en suelos elásticos, se ha desarrollado un método acoplado MEF-MEC (previamente presentado en [22]) en el que los pilotes se modelan utilizando el Método de los Elementos Finitos (MEF) como vigas de acuerdo a la hipótesis de Bernoulli, mientras el suelo es modelado usando el MEC como un medio continuo, semi-infinito, isótropo, lineal y viscoelástico. En esta aproximación, y desarrollando una idea presentada en [23-25] para el caso estático, no es necesario realizar una discretización en elementos de contorno de la interfase pilote-suelo sino que, desde la representación integral del suelo, los pilotes son representados como unas cargas de volumen convenientemente acopladas con Elementos Finitos monodimensionales.

En la primera parte del documento se describen las líneas generales de la formulación del modelo. A continuación, a modo de validación, se comparan resultados de impedancias dinámicas de grupos de pilotes con otros presentes en la bibliografía. Posteriormente, se analiza la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de los pilotes de un encepado. El artículo termina con una serie de conclusiones respecto a la validez y las ventajas del modelo presentado.

2. FORMULACIÓN DEL MODELO DE INTERACCIÓN PILOTE-SUELO

El comportamiento de un pilote sometido a carga armónica, considerando amortiguamiento interno nulo, puede ser descrito por la ecuación

$$\bar{\mathbf{K}} \mathbf{u}^p = \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{Q} \mathbf{q}^p, \quad (1)$$

donde $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}$, \mathbf{K} y \mathbf{M} son las matrices de rigidez y masa del pilote, ω es la frecuencia de excitación, \mathbf{u}^p es el vector de amplitudes de traslaciones y rotaciones nodales a lo largo del pilote, \mathbf{F}^{ext} incluye las fuerzas en la cabeza \mathbf{F}_{top} y la fuerza axial en la punta del pilote \mathbf{F}_p , \mathbf{q}^p es el vector de tensiones a lo largo del fuste del pilote, y \mathbf{Q} es la matriz que transforma los componentes nodales de las tensiones en fuerzas nodales equivalentes. Las matrices \mathbf{K} , \mathbf{Q} y \mathbf{M} son obtenidas haciendo uso del principio de los desplazamientos

virtuales, según la metodología usual.

Los pilotes son modelados haciendo uso del MEF como vigas verticales de Bernoulli, y son discretizados usando el elemento de tres nodos mostrado en la figura 1, sobre el que hay definidos 13 grados de libertad: dos desplazamientos laterales u_1 y u_2 , y un desplazamiento vertical u_3 en cada nodo; y dos rotaciones θ en cada uno de los nodos extremos, una sobre el eje x_1 y otra sobre el eje x_2 , siendo x_3 el eje vertical.

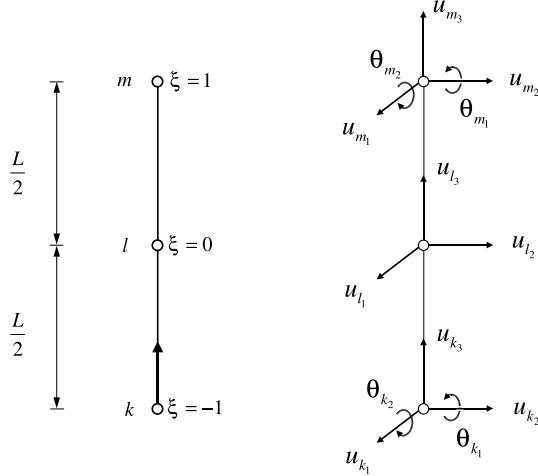


Figura 1: Representación del Elemento Finito utilizado.

Por otro lado, el suelo es modelado haciendo uso del MEC como un medio lineal, homogéneo, isótropo y viscoelástico. La ecuación integral de contorno para un estado elastodinámico armónico definido en un dominio Ω con contorno Γ puede ser escrita de forma general como

$$\mathbf{c}^k \mathbf{u}^k + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{X} d\Omega, \quad (2)$$

donde \mathbf{c}^k es la matriz de términos libres en el punto de colocación ‘ k ’, \mathbf{X} son las fuerzas de volumen en el dominio Ω , \mathbf{u} y \mathbf{p} son los vectores de desplazamientos y tensiones, y \mathbf{u}^* y \mathbf{p}^* son los tensores de la solución fundamental para una carga armónica concentrada aplicada en el punto ‘ k ’. Un modelo de amortiguamiento histerético es usado para el suelo a través de un módulo de elasticidad transversal μ complejo del tipo $\mu = Re[\mu](1 + 2i\xi)$, siendo ξ el coeficiente de amortiguamiento. Más detalles sobre el MEC pueden encontrarse en [26].

Generalmente, las fuerzas de volumen \mathbf{X} son consideradas nulas en la mayor parte de los problemas elastodinámicos. Sin embargo, en este planteamiento, la interacción suelo-pilote tiene lugar, desde la perspectiva de la formulación integral, a través de fuerzas internas puntuales aplicadas en el lugar geométrico de la punta de cada pilote y de líneas de carga

situadas a lo largo del eje de cada pilote. De este modo, no es necesario discretizar los contornos de la interfase pilote-suelo con elementos de contorno, con el consecuente ahorro en el número de grados de libertad. Estas líneas de carga \mathbf{q}^{s_j} y su relación con las tensiones $\mathbf{q}^{p_j} = -\mathbf{q}^{s_j}$, se representan en la figura 2 junto a las fuerzas puntuales F_{p_j} en la punta de los pilotes.

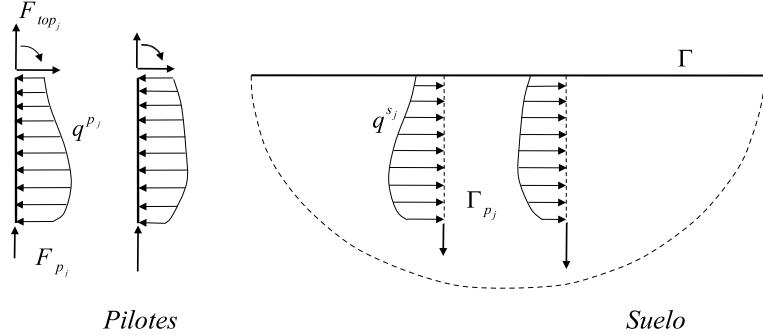


Figura 2: Representación de las líneas de carga de dos pilotes embebidos en un semiespacio.

Ahora, la ecuación (2) puede ser escrita como

$$\mathbf{c}^k \mathbf{u}^k + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \sum_{j=1}^{n_p} \left[\int_{\Gamma_{p_j}} \mathbf{u}^* \mathbf{q}^{s_j} d\Gamma_{p_j} - \boldsymbol{\Upsilon}_k^j F_{p_j} \right], \quad (3)$$

donde Γ_{p_j} es la interfase pilote-suelo del pilote j , n_p es el número total de pilotes y $\boldsymbol{\Upsilon}_k^j$ es un vector de tres componentes que introduce la contribución de la fuerza puntual F_{p_j} en la cabeza del pilote j -ésimo, cuando la carga testigo es aplicada sobre el punto ' k '. Una vez que el contorno Γ ha sido discretizado y la ecuación (3) ha sido aplicada sobre todos los nodos, esta ecuación puede ser escrita en forma matricial como

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p} - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{sp_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \boldsymbol{\Upsilon}^{sj} F_{p_j} = 0, \quad (4)$$

donde \mathbf{u}^s es el vector de desplazamientos nodales en la superficie, \mathbf{H}^{ss} y \mathbf{G}^{ss} son las matrices obtenidas de la integración sobre Γ del producto de las funciones de forma de los elementos de contorno por las soluciones fundamentales en tensiones y desplazamientos respectivamente, y \mathbf{G}^{sp_j} es la matriz obtenida de la integración sobre Γ_{p_j} del producto de la solución fundamental en desplazamientos por las funciones de forma del pilote, cuando la carga testigo está aplicada sobre Γ .

Además, la ecuación (3) será también aplicada en los puntos internos definidos por los nodos de cada pilote. Así, para un pilote i , uno puede escribir

$$\mathbf{u}_k^{p_i} + \mathbf{H}^{p_i s} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{p_i s} \mathbf{p} - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \boldsymbol{\Upsilon}^{p_i j} F_{p_j} = 0, \quad (5)$$

donde $\mathbf{u}_k^{p_i}$ es el vector de desplazamientos del nodo k del pilote i donde la carga testigo está aplicada, $\mathbf{H}^{p_i s}$ y $\mathbf{G}^{p_i s}$ son las matrices obtenidas de la integración sobre Γ del producto de las funciones de forma de los elementos de contorno por las soluciones fundamentales en tensiones y desplazamientos respectivamente, y $\mathbf{G}^{p_i p_j}$ es la matriz que se obtiene de la integración sobre Γ_{p_j} del producto de la solución fundamental en desplazamientos por las funciones de forma del elemento pilote, cuando la carga testigo está aplicada sobre el pilote i .

Dado que se consideran fuerzas puntuales actuando sobre la punta de los pilotes, la ecuación (5) debe ser escrita para la dirección x_3 haciendo uso de una estrategia de colocación no nodal en el elemento inferior de cada pilote. De esta forma, puede escribirse una ecuación extra en forma matricial como

$$\mathbf{D}^T \mathbf{u}_b^{p_i} + \mathbf{H}_e^{p_i s} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}_e^{p_i s} \mathbf{p} - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}_e^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \boldsymbol{\Upsilon}_{b_3}^{p_i j} F_{p_j} = 0, \quad (6)$$

donde $\mathbf{u}_b^{p_i}$ es el vector de desplazamientos nodales del elemento inferior del pilote i , sobre el que la carga testigo está aplicada, y \mathbf{D}^T es la matriz de interpolación para el valor de desplazamiento en el punto de colocación en función de los valores nodales del elemento.

Estableciendo condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de la interfase, y asumiendo las tensiones \mathbf{q}^s como positivas, las ecuaciones (1), (4), (5) y (6) pueden reagruparse como

$$\left[\begin{array}{ccccc} \mathbf{H}^{ss} & -\mathbf{G}^{ss} & -\mathbf{G}^{sp} & \boldsymbol{\Upsilon}^s & \emptyset \\ \mathbf{H}^{ps} & -\mathbf{G}^{ps} & -\mathbf{G}^{pp} & \boldsymbol{\Upsilon}^p & \mathbf{C}' \\ \mathbf{H}_e^{ps} & -\mathbf{G}_e^{ps} & -\mathbf{G}_e^{pp} & \boldsymbol{\Upsilon}_{b_3}^p & \mathbf{D}' \\ \emptyset & \emptyset & \mathbf{Q} & \mathbf{I}' & \bar{\mathbf{K}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{u}^s \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{q}^s \\ \mathbf{F}_p \\ \mathbf{u}^p \end{array} \right\} = \mathbf{B}, \quad (7)$$

donde \mathbf{D}' es una matriz formada por los vectores \mathbf{D} , \mathbf{C}' contiene los términos libres correspondientes a la colocación sobre los nodos internos de los pilotes, e \mathbf{I}' es una matriz de ceros con términos unitarios en las posiciones correspondientes a las incógnitas F_{p_j} .

En este apartado se han presentado las ideas principales de este planteamiento. Una exposición más pormenorizada de la formulación puede encontrarse en Padrón *et al.* [22], donde la formulación es discutida para el caso de grupos de pilotes embebidos en un semiespacio.

3. RESULTADOS

3.1. Definición del problema de impedancias

La matriz de impedancia dinámica K_{ij} de un pilote relaciona el vector de fuerzas (y momentos) aplicados en la cabeza de un pilote con el vector de desplazamientos (y rotaciones) resultantes. La figura 3 ilustra la definición del problema, donde L y d son la longitud y diámetro de los pilotes, s la distancia entre pilotes adyacentes y H la profundidad, en su caso, del estrato.

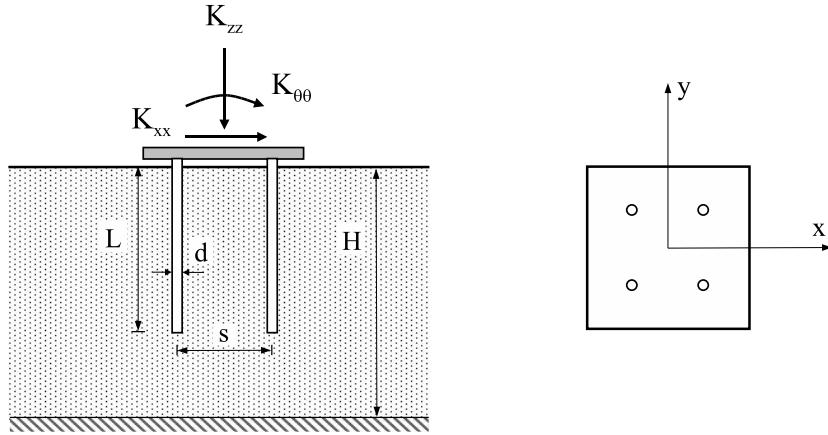


Figura 3: Grupo de 2×2 pilotes embebido en un estrato. Definición geométrica del problema.

Los términos de impedancia dinámica para una excitación armónica son funciones de la frecuencia ω , y son normalmente escritas como

$$K_{ij} = k_{ij} + i a_o c_{ij}, \quad (8)$$

donde k_{ij} y c_{ij} son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento, respectivamente, dependientes de la frecuencia, a_o es la frecuencia adimensional

$$a_o = \frac{\omega d}{c_s} \quad (9)$$

y c_s es la velocidad de la onda de corte en el suelo.

La figura 4 muestra, a modo de esquema, una de las discretizaciones utilizadas para modelar un grupo de 5×5 pilotes embebido en un semiespacio cuyo comportamiento dinámico es estudiado en el apartado siguiente. Dado que el código desarrollado incorpora propiedades de simetría, sólo una cuarta parte de la geometría debe ser discretizada.

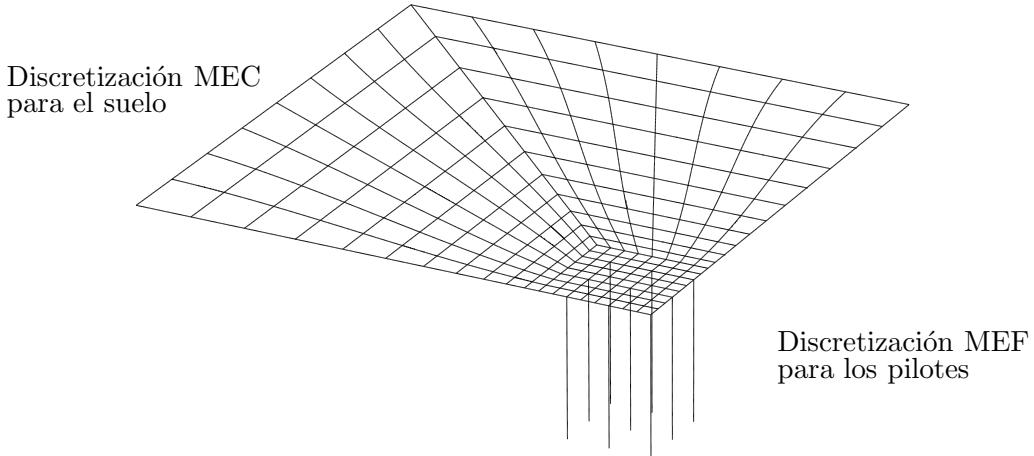


Figura 4: Esquema de la discretización de un grupo de 5×5 pilotes.

3.2. Cálculo de impedancias. Resultados de Validación

En esta sección, varios conjuntos de resultados obtenidos del cálculo de impedancias de grupos de pilotes van a ser presentados y comparados con resultados de otros autores para los mismos problemas.

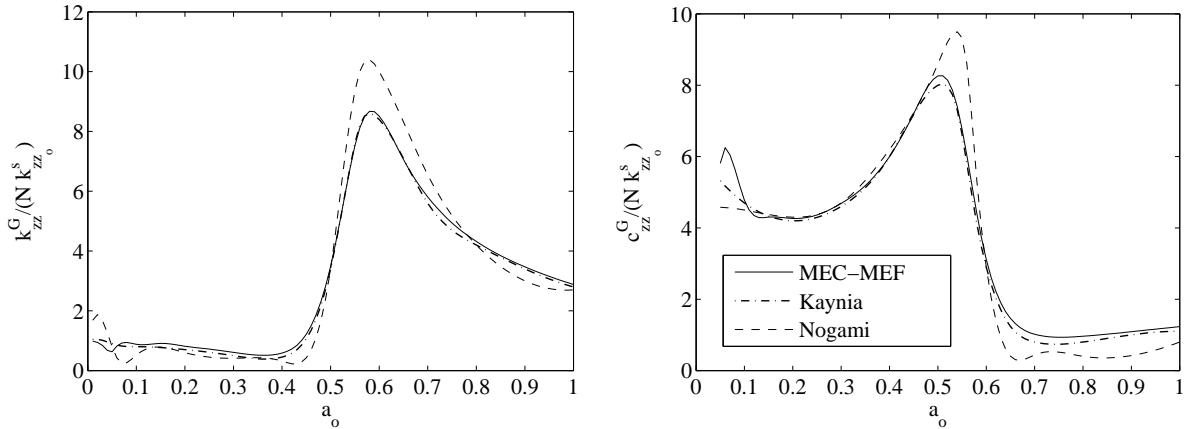


Figura 5: Impedancia Vertical de un grupo de 2×2 pilotes embebido en un estrato sobre base rígida. Comparación con las soluciones de Kaynia y Nogami.

El primer caso de estudio corresponde al cálculo de las curvas de impedancia vertical de un grupo de 2×2 pilotes embebido en un estrato que descansa sobre una base rígida. El problema fue presentado por Nogami [4] y fue utilizado también como resultado de validación por Kaynia [5]. La profundidad del estrato es $H = 75d$, la relación de aspecto de los pilotes es $L/d = 37,5$, la relación entre separación y diámetro de los pilotes es

$s/d = 5$, y las propiedades adimensionales de estrato (s) y pilotes (p) son: relación entre densidades $\rho_s/\rho_p = 0,7$, coeficientes de Poisson y de amortiguamiento interno $\nu_s = 0,4$, $\nu_p = 0,25$ y $\beta_s = 0,05$ respectivamente, y $\frac{\pi\mu L^2}{E_p A} = 1$, siendo E_p el módulo de elasticidad, A el área de la sección del pilote y μ el módulo de elasticidad transversal del suelo. Las funciones de impedancia vertical (k_{zz}^G y c_{zz}^G) del grupo de pilotes se presentan normalizadas respecto al producto de la rigidez estática del respectivo pilote simple ($k_{zz_0}^s$) por el número de pilotes que componen el grupo (N). Estas funciones se dibujan frente a la frecuencia adimensional definida en la ecuación (9).

Como puede verse en la figura 5, el acuerdo con los resultados de referencia es muy bueno, particularmente con el presentado por Kaynia. Nótese que la frecuencia fundamental del estrato a compresión-extensión, situada aproximadamente en $a_o = 0,05$, aparece en las soluciones de Nogami y en la descrita en este artículo.

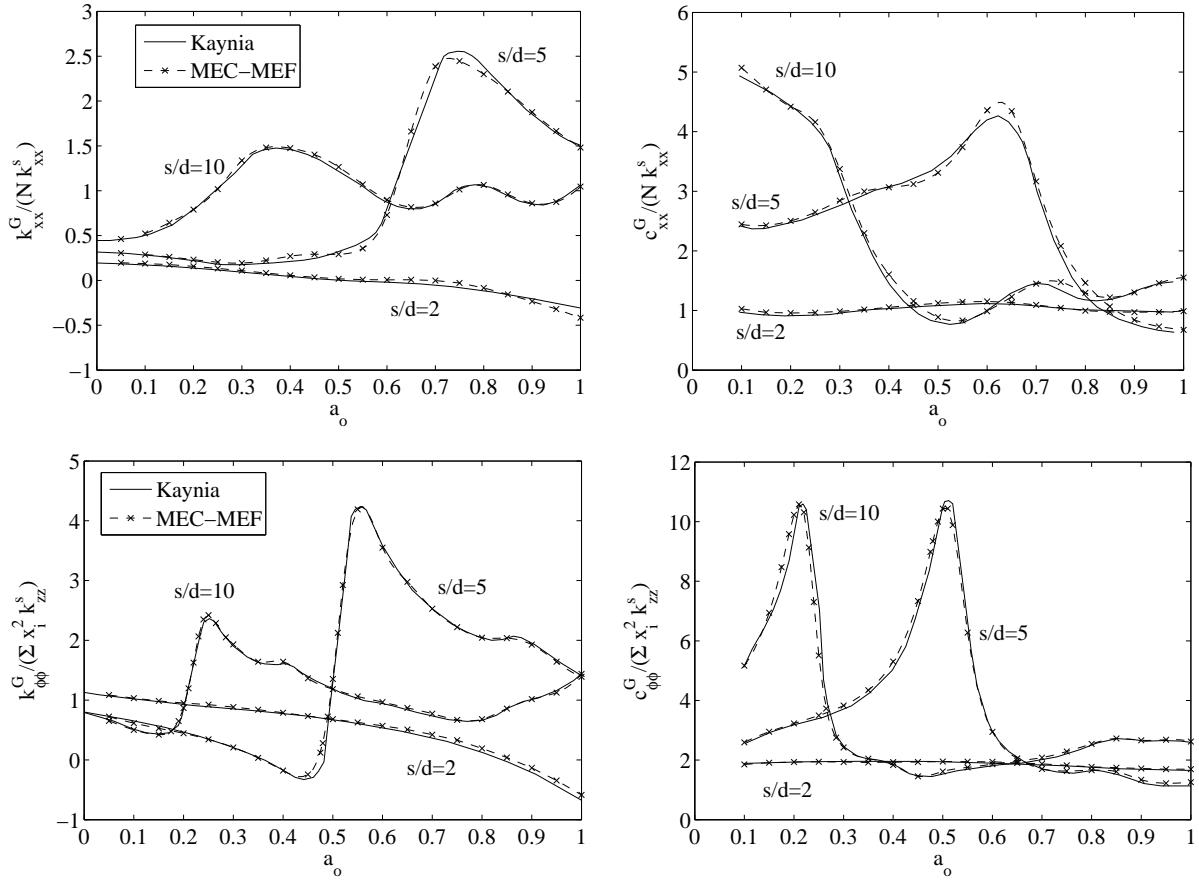


Figura 6: Impedancias horizontales y de cabeceo de un grupo de 4×4 pilotes. Comparación con la solución de Kaynia.

El segundo caso corresponde al cálculo de las impedancias horizontales y de cabeceo

de un grupo de 4×4 pilotes embebido en un semiespacio, y fue presentado en Kaynia [5]. Los parámetros que caracterizan el problema son: relación de aspecto de los pilotes $L/d = 15$, relaciones entre separación y diámetro de los pilotes $s/d = 2, 5$ y 10 , relación entre densidades $\rho_s/\rho_p = 0,7$, coeficientes de Poisson y de amortiguamiento interno $\nu_s = 0,4$, $\nu_p = 0,25$ y $\beta_s = 0,05$ respectivamente, y $E_p/E_s = 10^3$, siendo E_p y E_s los módulos de elasticidad de pilote y suelo respectivamente. Las funciones de impedancia horizontal (k_{xx}^G y c_{xx}^G) del grupo de pilotes se presentan normalizadas respecto al producto de la rigidez estática del pilote simple respectivo ($k_{xx,s}$) por el número de pilotes que componen el grupo (N). Las impedancias de cabeceo han sido normalizadas respecto a la suma de los productos del cuadrado de la distancia de cada pilote al eje de rotación (x_i) por la rigidez estática vertical del pilote simple respectivo ($k_{zz,s}$). Estas funciones se dibujan frente a la frecuencia adimensional definida en la ecuación (9). Los resultados se muestran en la figura 6, donde puede comprobarse que el acuerdo entre las soluciones es excelente.

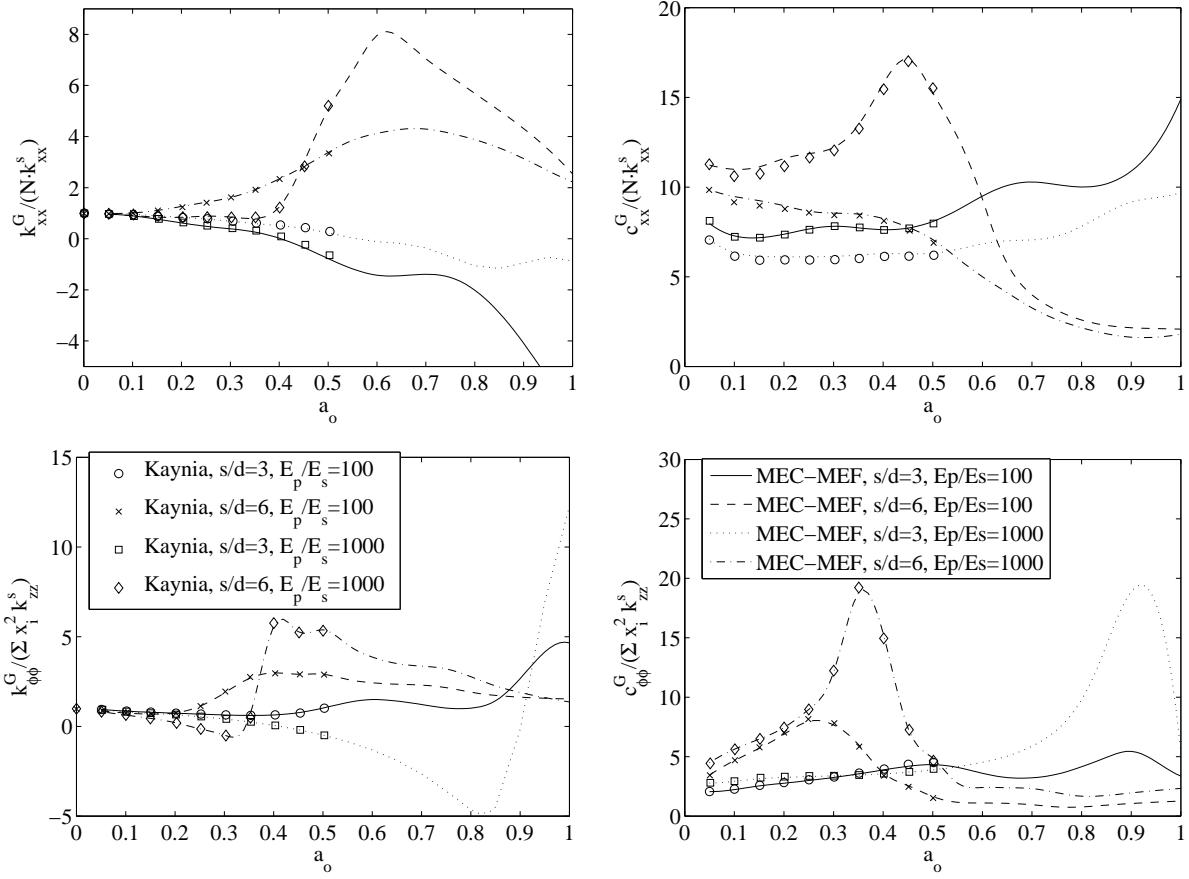


Figura 7: Impedancias de horizontales y de cabeceo de un grupo de 5×5 pilotes. Comparación con la solución de Kaynia.

El tercer y último caso corresponde al cálculo de la impedancias horizontales y de cabeceo de un grupo de 5×5 pilotes embebido en un semiespacio. Los parámetros que caracterizan el problema son: relación de aspecto de los pilotes $L/d = 20$, relaciones entre separación y diámetro de los pilotes $s/d = 3$ y 6 , relación entre densidades $\rho_p/\rho_s = 1,4$, coeficientes de Poisson y de amortiguamiento interno $\nu_s = 0,4$, $\nu_p = 0,25$ y $\beta_s = 0,05$ respectivamente, y $E_p/E_s = 10^2$ y 10^3 . Las funciones de impedancia se presentan adimensionalizadas como en el caso anterior. Los resultados se muestran en la figura 7 en comparación con los presentados por Kaynia & Mahzooni [16]. Aunque estos autores sólo estudian las impedancias hasta la frecuencia adimensional $a_o = 0,5$, los resultados se presentan hasta $a_o = 1,0$. Puede verse de nuevo un excelente acuerdo entre los resultados.

3.3. Análisis de la distribución de cortante a lo largo de los pilotes

Por último, se realiza un análisis de la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de algunos de los pilotes del último de los casos presentados en el apartado anterior, cuando el encepado es sometido a un desplazamiento horizontal unitario. Por razones de espacio, sólo se presentan las distribuciones correspondientes a los cuatro pilotes más representativos, tal y como se especifica en el esquema que aparece junta a las gráficas. En las figuras 8 y 9 se presentan resultados para $s/d = 3$, y en las figuras 10 y 11 para $s/d = 6$, correspondiendo, en ambos casos, la primera a $E_p/E_s = 10^3$ y la segunda a $E_p/E_s = 10^2$. Las curvas se presentan en términos de profundidad adimensional z/L (estando la superficie libre en $z/L = 0$) frente al valor del cortante en cada punto (parte real a la izquierda y módulo a la derecha) normalizado respecto a la impedancia horizontal del respectivo pilote simple (k_{xx_o}). Además, en todos los casos se presentan los resultados correspondientes a tres frecuencias distintas: $a_o = 0,1, 0,4$ y $0,8$, en la primera, segunda y tercera fila respectivamente.

En estos resultados pueden observarse diversos fenómenos que son enumerados a continuación, si bien parte de ellos son ampliamente conocidos:

- En el caso cuasi-estático:
 - La distribución del esfuerzo cortante se comporta aproximadamente de forma exponencial, siendo únicamente la parte superior de los pilotes la que soporta carga horizontal.
 - La ‘longitud activa’ de los pilotes es menor para la relación $E_p/E_s = 10^2$, caso correspondiente a un suelo más duro en relación con el pilote.
 - El pilote interior a es el que menos carga soporta, mientras el pilote exterior d es el que soporta mayor carga.
- Para frecuencias intermedias y altas:
 - El valor del esfuerzo cortante para un instante determinado oscila en torno a cero, con una longitud de onda que disminuye al aumentar la frecuencia.

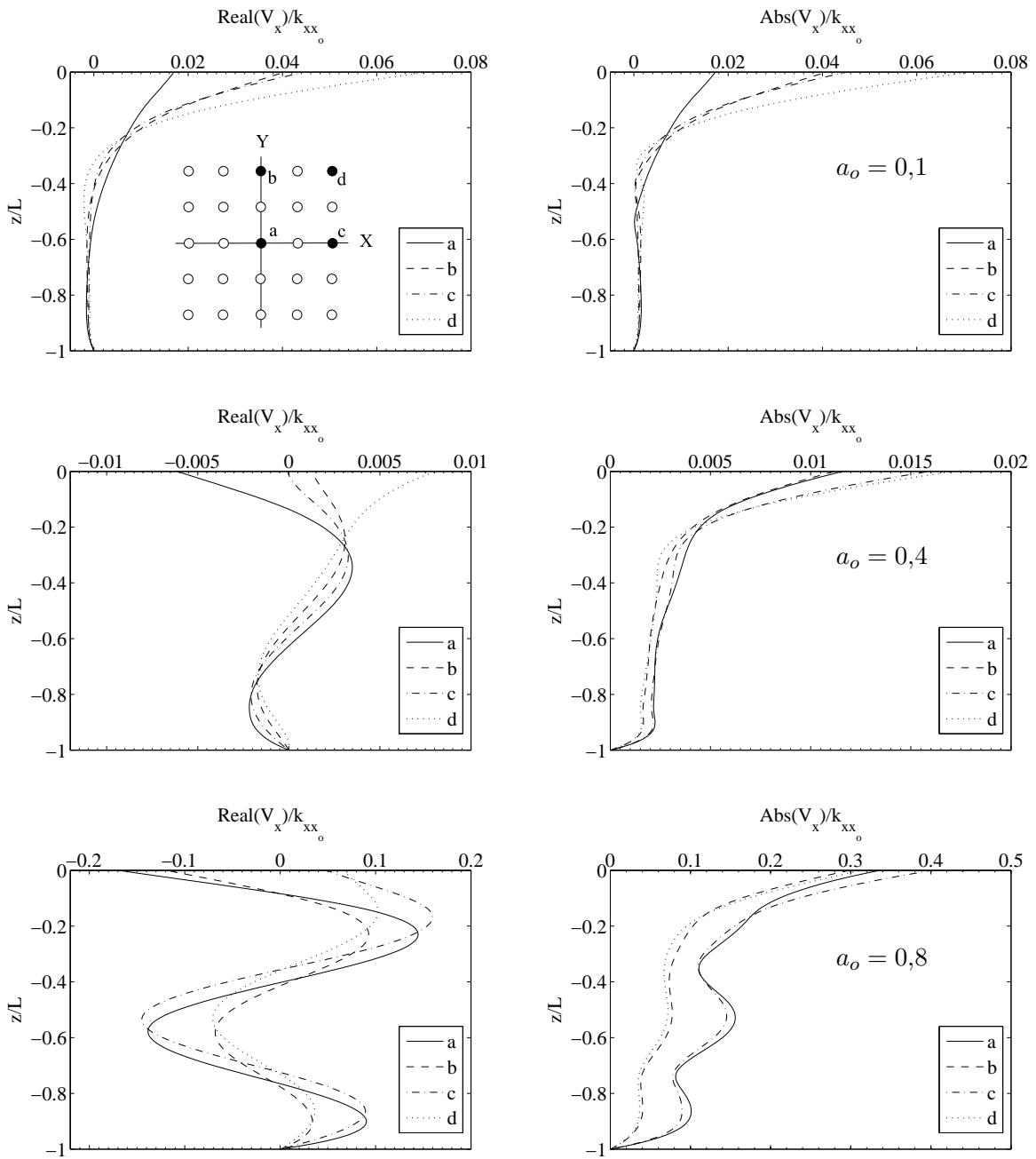


Figura 8: Distribución del esfuerzo cortante en cuatro pilotes de un encepado cuadrado de 5×5 para $s/d = 3$ y $E_p/E_s = 10^3$.

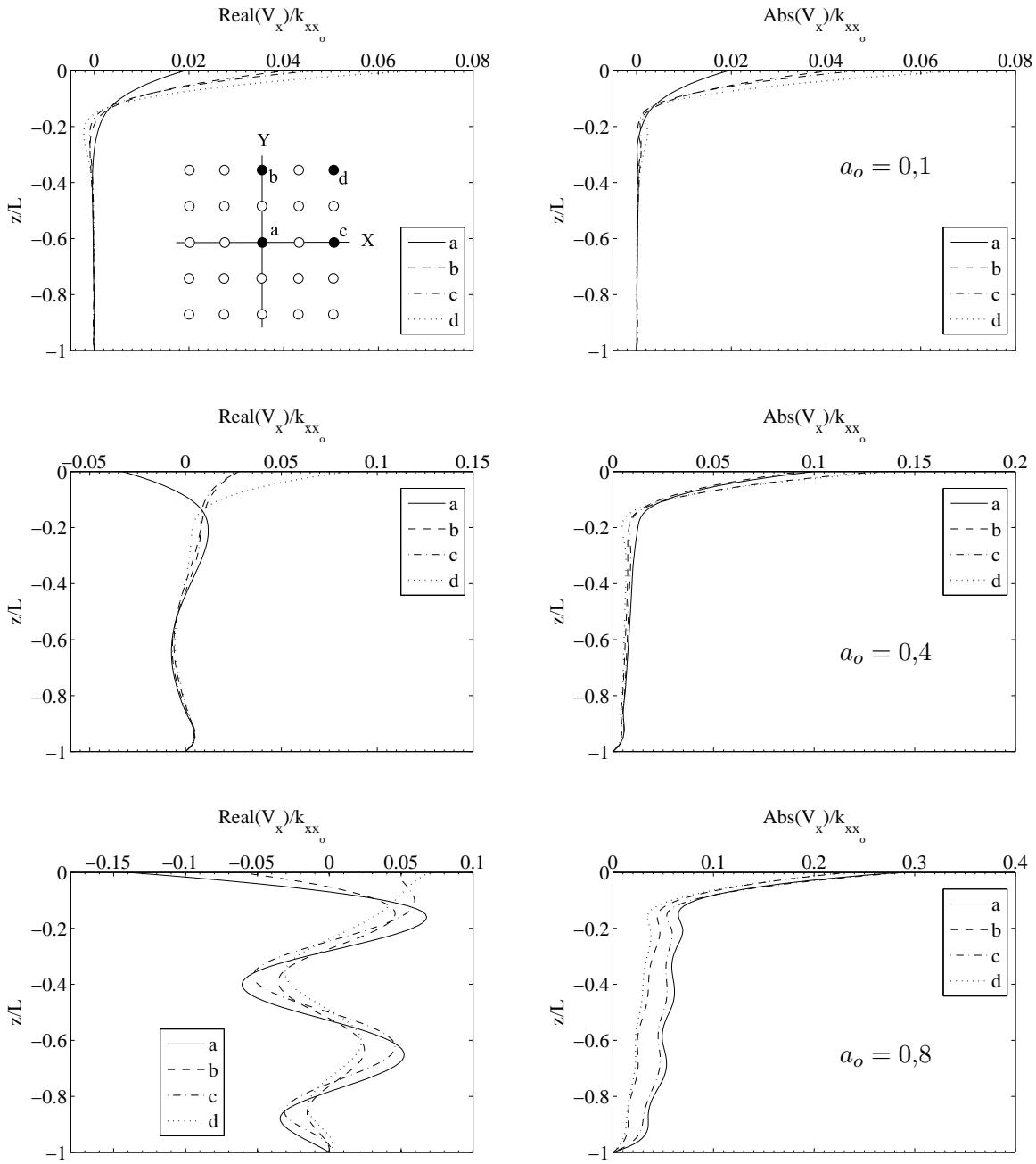


Figura 9: Distribución del esfuerzo cortante en cuatro pilotes de un encepado cuadrado de 5×5 para $s/d = 3$ y $E_p/E_s = 10^2$.

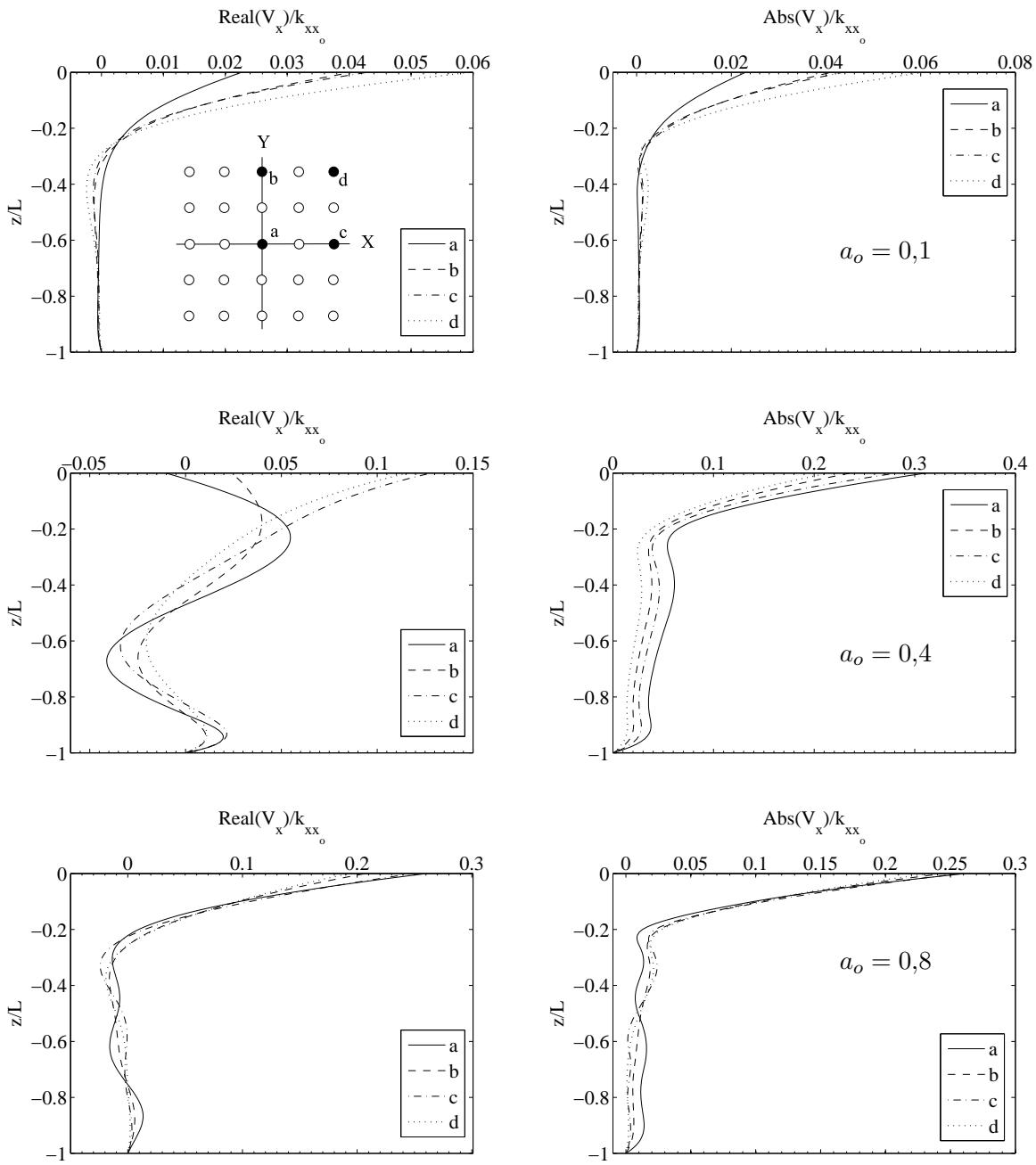


Figura 10: Distribución del esfuerzo cortante en cuatro pilotes de un encepado cuadrado de 5×5 para $s/d = 6$ y $E_p/E_s = 10^3$.

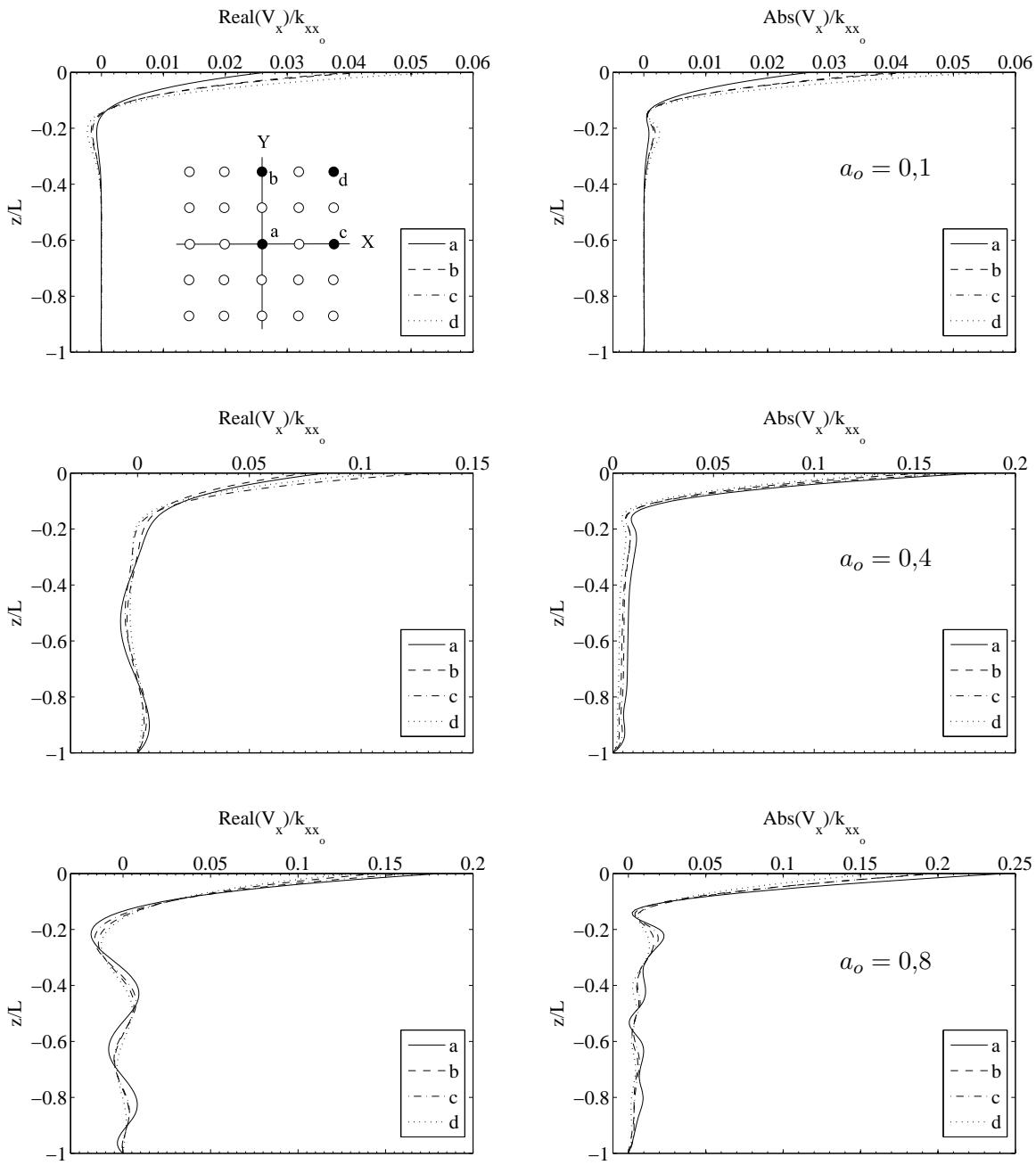


Figura 11: Distribución del esfuerzo cortante en cuatro pilotes de un encepado cuadrado de 5×5 para $s/d = 6$ y $E_p/E_s = 10^2$.

- El valor absoluto del esfuerzo cortante es máximo en la cabeza de los pilotes, si bien su valor en la mitad inferior del pilote puede ser, en un instante determinado, del orden del que aparece en la cabeza.
- Toda la longitud del pilote está sometida a esfuerzo cortante y no solamente la ‘longitud activa’ del caso estático.
- La distribución de carga entre los pilotes es dependiente de la frecuencia, con lo que el pilote interior no es siempre el que menos carga soporta.

4. CONCLUSIONES

- Se ha presentado un modelo acoplado de Elementos Finitos y Elementos de Contorno para el análisis dinámico de pilotes y grupos de pilotes en suelos elásticos.
- El cálculo de impedancias dinámicas a través de este modelo ha sido validado mediante la comparación de resultados con curvas presentes en la bibliografía especializada.
- El modelo no está limitado al cálculo de impedancias, sino que puede ser utilizado para abordar un gran número de problemas relacionados con el comportamiento dinámico de cimentaciones pilotadas. Del mismo modo, pueden obtenerse múltiples variables, como deformaciones de pilote y suelo o diagramas de esfuerzos. Para ilustrar este último punto, se han presentado resultados de distribuciones de cortante a lo largo de varios pilotes.
- El modelo presenta un gran número de ventajas:
 - Gran versatilidad y rigor.
 - Disminución considerable del número de grados de libertad respecto de una formulación en la que los pilotes también se modelen con Elementos de Contorno.
 - Posibilidad de analizar cimentaciones pilotadas embebidas, no sólo en un semiespacio o en un estrato sobre una base rígida, sino también en suelos estratificados, incluyendo depósitos e inclusiones, y pudiendo estar las interfaces atravesadas por los pilotes.
 - No queda restringido al análisis de superficies libres e interfaces planas, sino que éstas pueden representar cualquier topografía.
 - La discretización de los medios se realiza independientemente de la de los pilotes, de tal forma que la configuración de la cimentación pilotada (número, posición y características geométricas de los pilotes) puede ser modificada sin variar la discretización de los medios.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España a través del proyecto de investigación BIA2004-03955-C02-02. Por otro lado, Luis A. Padrón es el beneficiario AP-2004-4858 del programa de becas FPU del Ministerio de Educación y Ciencia de España. Los autores agradecen esta ayuda.

REFERENCIAS

- [1] M. Novak, Dynamic stiffness and damping of piles, *Can. Geotech. J.*, Vol. 11(4), pp. 578–598, (1974).
- [2] G.W. Blaney, E. Kausel and J.M. Roesset, Dynamic stiffness of piles, *Proceedings of the Second International Conference on soil mechanics*, Tokyo, Japan, Vol. 1, pp. 381–386, (1977).
- [3] J.P. Wolf and G.A. von Arx, Impedance functions of a group of vertical piles, *Proceedings of the ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Pasadena, California, Vol. II, pp. 1024–1041, (1978).
- [4] T. Nogami, Dynamic group effect of multiple piles under vertical vibration, *Proceedings of the ASCE Engineering Mechanics Division Specialty Conference*, Austin, Texas, pp. 750–754, (1979).
- [5] A.M. Kaynia, *Dynamic stiffness and seismic response of pile groups*, Research Report R83-03, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, MA, (1982).
- [6] R.S.Y. Pak and P.C. Jennings, Elastodynamic response of the pile under transverse excitation, *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. 113(7), pp. 1101–1116, (1987).
- [7] R.K.N.D. Rajapakse and A.H. Shah, On the longitudinal harmonic motion of an elastic bar embedded in an elastic half-space, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 23(2), pp. 267–285, (1987).
- [8] R.K.N.D. Rajapakse and A.H. Shah, On the lateral harmonic motion of an elastic bar embedded in an elastic half-space, *Int. J. Solids Struct.*, Vol 23(2), pp. 287–303, (1987).
- [9] R. Sen, T.G. Davies and P.K. Banerjee, Dynamic analysis of piles and pile groups embedded in homogeneous soils, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 13, pp. 53–65, (1985).
- [10] T.G. Davies, R. Sen and P.K. Banerjee, Dynamic behavior of pile groups in inhomogeneous soil, *J. Geotech. Eng.*, Vol. 111(12), pp. 1365–1379, (1985).

- [11] S.M. Mamoon, A.M. Kaynia and P.K. Banerjee, Frequency domain dynamic analysis of piles and pile groups, *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. 116(10), pp. 2237–2257, (1990).
- [12] A.M. Kaynia and E. Kausel, Dynamics of piles and pile groups in layered soil media, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, Vol. 10, pp. 386–401, (1991).
- [13] G. Gazetas, K. Fan, A.M. Kaynia and E. Kausel, Dynamic interaction factors for floating pile groups, *J. Geotech. Eng. ASCE*, Vol. 117, pp. 1531–1548, (1991).
- [14] A.M. Kaynia and M. Novak, Response of pile foundations to Rayleigh waves and obliquely incident body waves, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 21, pp. 303–318, (1992).
- [15] K. Miura, A.M. Kaynia, K. Masuda, E. Kitamura and Y. Seto, Dynamic behaviour of pile foundations in homogeneous and non-homogeneous media. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 23, pp. 183–192, (1994).
- [16] A.M. Kaynia and S. Mahzooni, Forces in pile foundations under seismic loading, *J. Engng. Mech. ASCE*, Vol. 122, pp. 46–53, (1996).
- [17] D.E. Beskos, Boundary element methods in dynamic analysis: Part II (1986-1996), *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 50, pp. 149–197, (1997).
- [18] S.E. Kattis, D. Polyzos and D.E. Beskos, Vibration isolation by a row of piles using a 3-D Frequency domain BEM, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 46, pp. 713–728, (1999).
- [19] S.E. Kattis, D. Polyzos and D.E. Beskos, Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, Vol. 18, pp. 1–10, (1999).
- [20] F. Vinciprova, O. Maeso, J.J. Aznárez and G. Oliveto, *Interaction of BEM analysis and experimental testing on pile-soil systems*, C. Davini, E. Viola eds., *Problems in structural identification and diagnostic: General aspects and applications*, Wien, New York: Springer-Verlag, (2003), pp. 195–227.
- [21] O. Maeso, J.J. Aznárez and F. García, Dynamic impedances of piles and groups of piles in saturated soils, *Comput. Struct.*, Vol. 83, pp. 769–782, (2005).
- [22] L.A. Padrón, J.J. Aznárez and O. Maeso, BEM-FEM coupling model for the dynamic analysis of piles and pile groups, *Eng. Anal. Boundary Elem.*, In Press.
- [23] A.V. Mendonça and J.B. de Paiva, A boundary element method for the static analysis of raft foundations on piles, *Eng. Anal. Boundary Elem.*, Vol. 24, pp. 237–247, (2000).

- [24] A.V. Mendonça and J.B. Paiva, An elastostatic FEM/BEM analysis of vertically loaded raft and piled raft foundation, *Eng. Anal. Boundary Elem.*, Vol. 27, pp. 919–933, (2003).
- [25] R. Matos Filho, A.V. Mendonça and J.B. Paiva, Static boundary element analysis of piles submitted to horizontal and vertical loads, *Eng. Anal. Boundary Elem.*, Vol. 29, pp. 195–203, (2005).
- [26] J. Domínguez, *Boundary elements in dynamics*, Southampton, New York: Computational Mechanics Publications & Elsevier Applied Science, (1993).