

# INFLUENCIA DEL TIPO DE ONDA Y ÁNGULO DE INCIDENCIA EN LA RESPUESTA SÍSMICA DE CIMENTACIONES PROFUNDAS Y ESTRUCTURAS PILOTADAS



**J.M. Zarzalejos, J.J. Aznárez, L.A. Padrón y O. Maeso**

Instituto Universitario SIANI, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria  
Edif. Central del Parque Científico, Campus Universitario de Tafira, 35017  
Las Palmas de Gran Canaria, Spain

jmarzarzalejos@siani.es, jjaznarez@siani.es, lpadron@siani.es, omaeso@siani.es

## RESUMEN

La respuesta dinámica de cimentaciones profundas y de estructuras pilotadas ha sido un tema extensamente tratado. Aún así, sigue siendo necesario mejorar el nivel de comprensión del problema. Cabe citar en este punto la influencia de la dirección de propagación de las ondas que definen la excitación. Esta dirección se supone habitualmente vertical y sólo algunos trabajos consideran su variación (ver, por ejemplo, [1,2]).

En este trabajo se estudia la influencia del tipo y ángulo de incidencia de las ondas sísmicas sobre la respuesta dinámica de cimentaciones profundas y de estructuras pilotadas. Para ello, se hace uso de un modelo numérico directo [3] que permite modelar de manera conjunta suelo, cimentación y superestructura, así como la incidencia de ondas de Rayleigh, P, SV y SH con un ángulo de incidencia completamente general.

Se presentan diversos resultados en términos de esfuerzos internos en pilotes y deflexiones laterales de la superestructura. Se muestra cómo el ángulo de incidencia de la onda tiene una influencia notable sobre la respuesta estructural. Además, y en general, el ángulo de incidencia vertical no corresponde con la respuesta estructural más desfavorable.

*Palabras clave: Dinámica de estructuras, interacción suelo-estructura, ángulo de incidencia*

## SUMMARY

The dynamic response of deep foundations and piled structures has been a topic deeply studied by many authors. However, improvements in the comprehension of some aspects of the problem are still needed. One of these aspects is the influence of the direction of propagation of the waves defining the excitation, which is usually taken as vertical. Only a small amount of works take into account the variation of this direction (see, e.g., [1,2]).

In this work, the influence on the dynamic response of deep foundations and piled structures of both the type of the incident seismic waves and their angle of incidence is studied. A direct numerical model [3] which models in a combined way soil, foundation and superstructure is used. Such a model is also able to take into account obliquely incident P, SV, SH and Rayleigh seismic waves.

Different results in terms of internal stresses on piles and lateral deflections of the superstructure are presented. It is shown that the angle of incidence has a strong influence on the structural response. It is also shown that, in general, the vertical incidence of the waves is not the most unfavourable situation.

*Keywords: Structure dynamics, soil-structure interaction, angle of incidence*

## Introducción

Este estudio se integra en una línea de trabajo que tiene por objetivo el desarrollo de modelos numéricos que permitan determinar la respuesta dinámica de estructuras de diferente tipología. En este sentido, se ha desarrollado un modelo numérico directo que permite determinar la respuesta dinámica de cimentaciones profundas y de estructuras pilotadas. Sin embargo, resulta necesario mejorar las capacidades de dicho modelo para abordar diversos aspectos del problema, como la influencia de la dirección de propagación de las ondas que definen la excitación.

El método utilizado para el tratamiento numérico de las ecuaciones del problema en el suelo es el Método de los Elementos de Contorno (MEC). Este método permite el tratamiento sencillo de regiones de geometría infinita o semi-infinita en problemas dinámicos, ya que verifica de forma implícita las condiciones de radiación. En este trabajo, todos los dominios que forman parte del terreno son discretizados haciendo uso del MEC como regiones continuas tridimensionales. La interacción dinámica entre dichas regiones se formula de manera rigurosa (equilibrio y compatibilidad), dando lugar a un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son desplazamientos o tensiones en el contorno de las regiones. La sollicitación consiste en un tren de ondas sísmicas planas de diferente tipo (P, SH, SV y ondas de Rayleigh) y ángulo de incidencia que, partiendo desde el infinito, incide en el lugar de emplazamiento de la estructura.

## Objetivos

Este trabajo pretende estudiar, desde el punto de vista de la respuesta del encepado y de la superestructura, la influencia de la tipología de la onda incidente y su ángulo de incidencia, así como la influencia de parámetros como la configuración de la cimentación o la esbeltez de la estructura. Se tienen en cuenta ondas volumétricas de tipo P, SH y SV que se propagan a través de un medio semi-infinito y homogéneo con un ángulo de incidencia completamente genérico. Se busca, también, analizar los esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores inducidos por la acción sísmica en los pilotes, así como la sensibilidad de dichos esfuerzos ante variables como el tipo de onda y su ángulo de incidencia en relación con parámetros como la esbeltez de la estructura.

## Desarrollo del trabajo

Para el tratamiento del problema se hace uso de un modelo numérico directo, empleando el método de los elementos de contorno (MEC) en combinación con el método de los elementos finitos (MEF). El estudio se realiza en el dominio de la frecuencia. Una descripción detalla de ambos métodos, de sus aspectos numéricos, así como de su aplicación e implementación en problemas dinámicos puede hallarse en [4,5].

Una vez planteado el problema en forma integral y habiendo procedido a realizar el proceso de discretización, se realiza el acoplamiento entre el sistema de ecuaciones que surge de aplicar el método de los elementos de contorno al terreno y el que aparece al plantear las ecuaciones de movimiento de vigas, pilares y pilotes, discretizados éstos haciendo uso del método de los elementos finitos [3].

La sollicitación sísmica se introduce en la formulación teniendo en cuenta que los desplazamientos y tensiones que aparecen pueden obtenerse como superposición de los provocados por el campo incidente (ondas planas P, SH o SV en el semiespacio sin estructura con ángulo de incidencia general sobre el emplazamiento) y el campo difractado por la estructura. La aplicación de las ecuaciones del MEC sobre el campo difractado, tras algunas operaciones, permite escribir la expresión matricial que sigue para cada dominio  $\Omega$ , [3,8]:

$$H^{ss} u^s - G^{ss} p^s - \sum_{j=1}^{n_p} G^{sp_j} q^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Psi^{sj} F_{p_j} = H^{ss} u_I^s - G^{ss} p_I^s \quad (1)$$

En la expresión anterior,  $H^{ss}$ ,  $G^{ss}$  y  $G^{sp_j}$  son los coeficientes de influencia,  $u^s$  y  $p^s$  son los desplazamientos y tensiones del campo total,  $n_p$  es el número de pilotes del dominio,  $q^{s_j}$  son las tensiones que el suelo provoca en el pilote,  $\delta_j$  toma valor unitario si la  $j$ -ésima línea de carga contiene la punta de un pilote flotante y cero en caso contrario,  $\Psi^{sj}$  es un vector de tres componentes que representa la contribución de la fuerza axial  $F_{p_j}$  en la punta de la línea de carga  $j$ -ésima y  $u_I^s$  y  $p_I^s$  son los desplazamientos y tensiones del campo incidente en el semiespacio (conocido). En relación con estas variables, lo habitual en este tipo de estudios es suponer incidencia vertical. En este caso, las expresiones analíticas y su implementación en el código resultan sencillas (ver [3,6]). Sin embargo, es objetivo de este trabajo desarrollar una formulación que permita tener en cuenta la incidencia genérica de las ondas sísmicas que llegan al emplazamiento de la estructura que se desea estudiar. Para este fin, considérese un sistema de ejes de modo que el plano  $x_1x_2$  conforme la superficie libre del semiespacio, siendo los planos  $x_1x_3$  y  $x_2x_3$  dos planos mutuamente ortogonales y perpendiculares, también, a esa superficie libre. Así pues, el vector que define la dirección de propagación de una onda incidente con un ángulo genérico respecto a la superficie libre del semiespacio puede considerarse que forma un ángulo  $\theta_0$  en el plano  $x_2x_3$  (midiéndose respecto al eje  $x_2$  en sentido trigonométrico) y con un ángulo  $\phi_0$  respecto al plano  $x_1x_2$  (midiéndose, en esta ocasión, respecto al eje  $x_2$  en sentido antitrigonométrico). Así, el problema genérico se puede estudiar como uno en el plano  $x_2x_3$ , siendo sencillo rotar las ecuaciones posteriormente para analizar el problema genérico.

Habida cuenta de lo comentado en el párrafo anterior, se pueden definir los vectores  $s$  y  $d$  que contengan, respectivamente, los cosenos directores de las direcciones de propagación y de los desplazamientos de las partículas que cada una de las ondas que intervienen en el problema provocan, sabiendo que ambas direcciones son ortogonales en ondas S y coincidentes en ondas P. Además, tal y como se introdujo con anterioridad, la llegada de una onda a la superficie libre del semiespacio provoca un fenómeno de reflexión que produce la propagación de dos nuevas ondas cuando incide una onda SV o P o de una única cuando la que incide es una SH (ver figura 1).

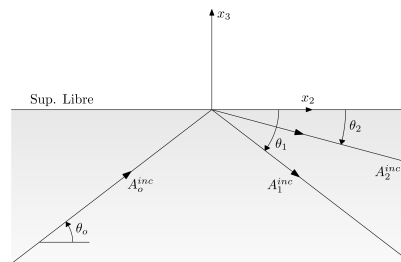


Figura 1. Representación de las ondas incidentes y reflejadas

De este modo, la componente en dirección  $i$  ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) de los desplazamientos provocados por una onda incidente con un ángulo  $\theta_0$  en el plano  $x_2x_3$  puede obtenerse como:

$$u_i = \sum_{j=1}^n d_i^j A_j e^{-ik_j(s^{(j)} \cdot r)}$$

En esta ocasión,  $u_i$  es la componente en dirección  $i$  del desplazamiento,  $n$  es el número total de ondas (incidente y reflejada(s)),  $d_i^j$  es la componente en la dirección  $i$  del vector que contiene los cosenos directores de los desplazamientos que la onda  $j$  provoca en las partículas del medio,  $A_j$  y  $k_j$  son, respectivamente, la amplitud de la onda  $j$  y su número de onda (definido como el cociente entre la frecuencia  $\omega$  de excitación y la velocidad de propagación de la misma en el medio), mientras que  $s^{(j)} \cdot r$  representa el producto escalar del vector de la dirección de propagación de la onda  $j$  por el vector de posición del punto donde se pretenden determinar los desplazamientos. Además, la  $i$  que aparece en el exponente de la función representa a la unidad imaginaria.

Conocidos los desplazamientos de un determinado punto haciendo uso de la ecuación anterior, puede determinarse el tensor de deformaciones del mismo empleando las ecuaciones de compatibilidad y, a partir de él, el tensor de tensiones usando la ley de comportamiento del material.

Como consecuencia de la aplicación de las condiciones de contorno, es sencillo comprobar que, para cualquier onda incidente, el ángulo  $\theta_0$  en el plano  $x_2x_3$  es igual al ángulo  $\theta_1$  de la onda del mismo tipo reflejada. Asimismo, puede demostrarse que la incidencia de una onda SV con un ángulo inferior a cierto ángulo (denominado crítico), el cual es inversamente proporcional al valor de un parámetro  $\kappa$  (que representa el cociente entre la velocidad de propagación de las ondas S y la de las ondas P en el medio), provoca la reflexión de una onda de tipo SV y de una onda adicional que, si bien en el campo complejo es una onda de tipo P, en el campo real es una onda de superficie con movimientos en dos direcciones ortogonales desfasadas entre sí  $90^\circ$ . Este hecho, como se verificará posteriormente, influirá muy notablemente en el comportamiento dinámico de las estructuras analizadas.

Planteada la formulación en el plano  $x_2x_3$ , rotar las ecuaciones en torno al eje  $x_3$  se resume en multiplicar los vectores  $s$  y  $d$  por una matriz de rotación.

Con el fin de validar tanto la formulación presentada como la correspondiente implementación computacional, se han comparado resultados para distintos problemas presentados en [2,7,8], obteniéndose, en todos los casos, resultados muy satisfactorios.

Se trata en adelante el problema representado de modo simplificado en la figura 2. En él, se pretende estudiar el comportamiento de un edificio cimentado sobre pilotes, caracterizada la superestructura con un único forjado rígido soportado por pilares flexibles pero inextensibles, pudiendo representar, por tanto, un sistema que se modele directamente como un sistema de un grado de libertad (edificios de una única planta, por ejemplo) o a sistemas equivalentes que aproximen el comportamiento de una estructura multimodal según un modo de vibración específico.

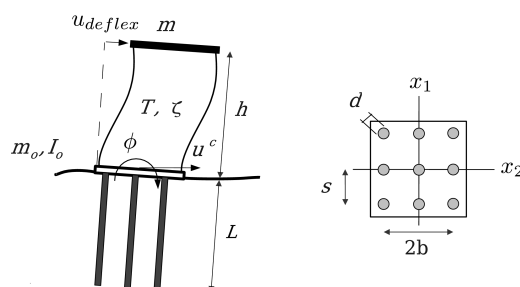


Figura 2. Definición del problema

Sin embargo, para comprender en su totalidad los resultados que se presentan, es preciso analizar, en primer lugar, la variación del módulo del desplazamiento horizontal de campo libre con el ángulo de incidencia en el plano  $x_2x_3$ . La figura 3 representa en abscisas el ángulo de incidencia, mostrando en ordenadas el cociente entre el módulo del desplazamiento horizontal de campo libre producido por la onda correspondiente con el ángulo analizado y el módulo de la amplitud de la onda incidente. En ella se demuestra que, para ondas incidentes de tipo SV o P, las variaciones existentes son muy abruptas para valores del ángulo de incidencia relativamente cercanos. En concreto, estas variaciones son particularmente bruscas en las inmediaciones del ángulo crítico cuando la onda incidente es una de tipo SV, lo que caracterizará, en gran medida, los resultados que se presenten con posterioridad. Nótese que la variación del desplazamiento horizontal de campo libre cuando la onda incidente es de tipo SH es nula, tomando, para cualquier ángulo de incidencia, valor unitario.

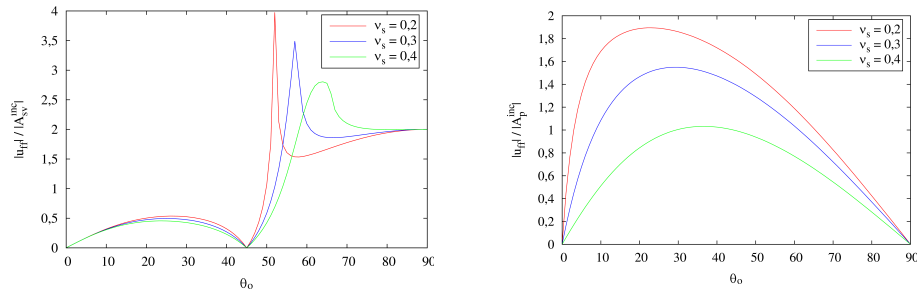


Figura 3. Variación del módulo del desplazamiento horizontal de campo libre con el ángulo de incidencia. Onda SV incidente (izquierda) y onda P incidente (derecha)

El primer conjunto de resultados, que puede observarse en la figura 4, corresponde a funciones de transferencia en desplazamientos medidos en el encepado rígido. En todos los casos, se muestra en abscisas la frecuencia adimensional (entendida como el cociente entre el producto de la frecuencia de excitación por el diámetro del pilote dividido entre la velocidad de propagación de las ondas S en el medio) y en ordenadas el cociente entre el módulo del desplazamiento horizontal y el correspondiente módulo del desplazamiento horizontal de campo libre. Se presentan resultados para dos relaciones de aspecto (cociente entre la altura del edificio y el semiancho del encepado) diferentes (2 - parte superior de la figura - y 4 - parte inferior de la misma -). Se comprueba la gran variabilidad de los resultados con el ángulo de incidencia, efecto particularmente notable cuando la onda incidente es de tipo SV.

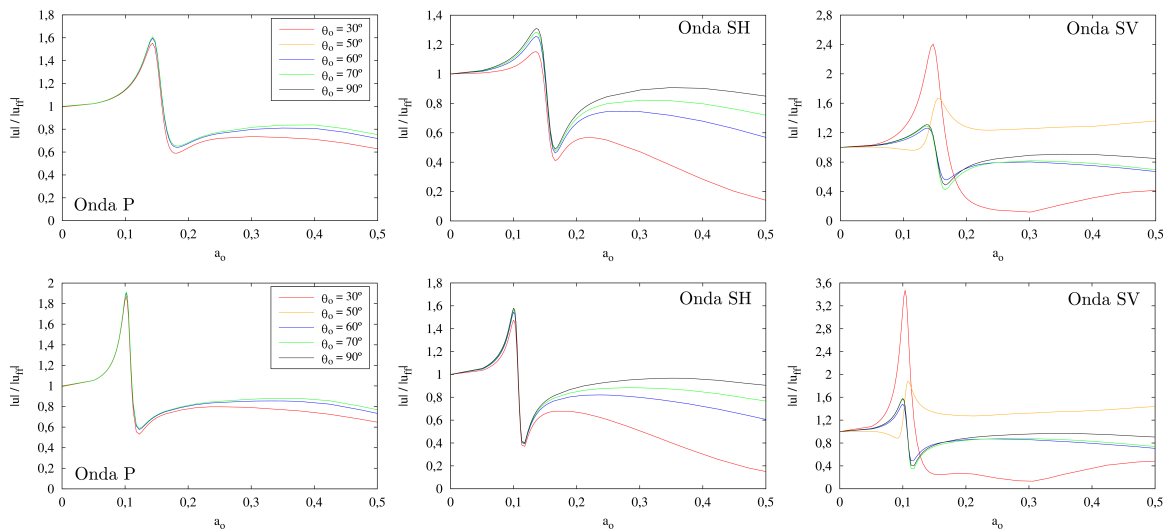


Figura 4. Funciones de transferencia en el encepado. Relaciones  $h/b = 2$  (arriba) y  $h/b = 4$  (abajo)

Los resultados de la figura 5 representan la deflexión lateral del edificio (deformación lateral del edificio, eliminando de ésta los movimientos como sólido rígido). Se muestra en abscisas la frecuencia adimensional y en ordenadas el cociente entre la deflexión lateral del edificio y el correspondiente módulo del desplazamiento horizontal de campo libre. Se presentan resultados para las dos relaciones de aspecto mostradas con anterioridad, es decir, 2 (parte superior de la figura) y 4 (parte inferior de la misma), poniéndose de manifiesto la gran variabilidad que se presenta cuando la onda que incide es de tipo SV.

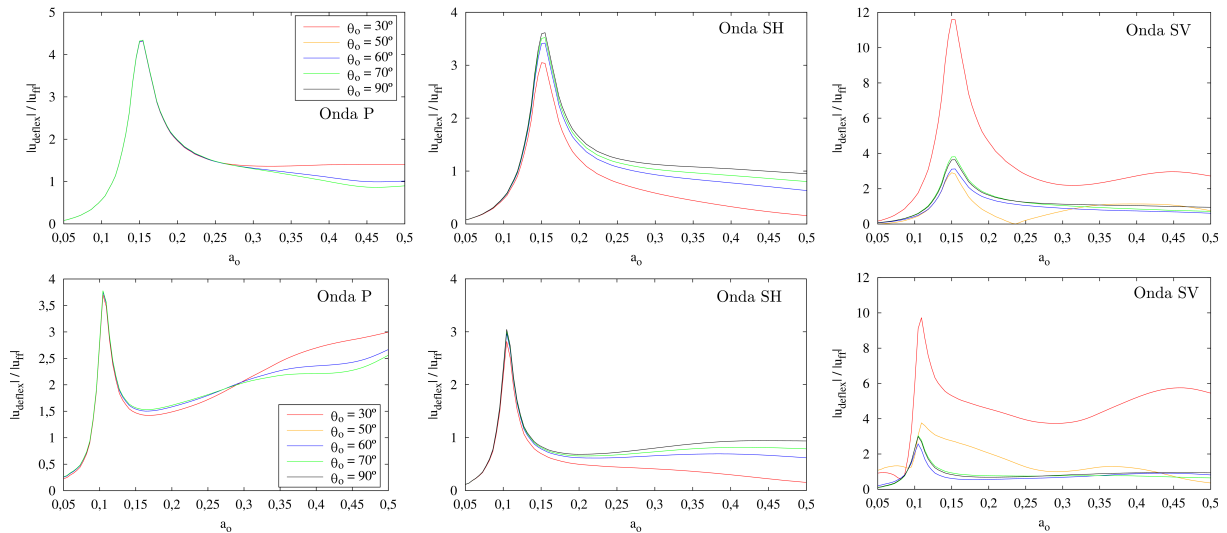


Figura 5. Deflexión lateral del edificio. Relaciones de aspecto  $h/b = 2$  (arriba) y  $h/b = 4$  (abajo)

Otro aspecto analizado es la evolución en frecuencia de los esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores que induce el sismo en los pilotes de la cimentación. De esta manera, se reproducen en la figura 6 algunos resultados obtenidos en la cabeza de cuatro de los pilotes del grupo de 3x3 analizado para las mismas relaciones de aspecto que en el caso anterior. Se estudian esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores para pilotes sometidos a ondas SV con diferentes ángulos de incidencia. Los resultados se presentan con la frecuencia adimensional en abscisas y el módulo del esfuerzo correspondiente adimensionalizado haciendo uso de las propiedades del pilote y del módulo del desplazamiento horizontal de campo libre en ordenadas.

Las propiedades mecánicas y geométricas de cimentación y suelo empleados en los análisis cuyos resultados se presentan se definen mediante el coeficiente de amortiguamiento histerético del terreno (0,05), la relación entre el módulo de elasticidad del pilote y el del suelo (100), el cociente entre las densidades del suelo y el pilote (0,7), la esbeltez del pilote (cociente entre su longitud y su diámetro, de valor 15), el coeficiente de Poisson del suelo (0,4, que implica que el ángulo crítico es de  $65,9^\circ$ ) y del pilote (0,25) y la relación entre la separación entre ejes de los pilotes y su diámetro (5). En lo que se refiere a la definición del comportamiento dinámico de la superestructura, los parámetros son las relaciones de aspecto ( $h/b$ , de valor 2 y 4), el cociente entre las rigideces de la estructura y del suelo (expresable como  $h/(T \cdot c_s)$ , con valor 0,3 y siendo  $T$  el período fundamental en base rígida de la superestructura) y el coeficiente de amortiguamiento histerético de la estructura (0,05). Como parámetros adicionales de interés se tiene que el momento de inercia del encepado se toma como un 5% del factor  $m \cdot h^2$ , siendo  $m$  la masa de la superestructura, un valor para la relación entre las masas de la superestructura y la masa vibrante aproximada del suelo ( $m/(4\rho b^2 h)$ , siendo  $b$  el semiancho del encepado) de 0,2 y una relación entre la masa de la cimentación y de la estructura de 0,25. Los valores de los tres últimos parámetros se consideran representativos de tipologías estructurales habituales.

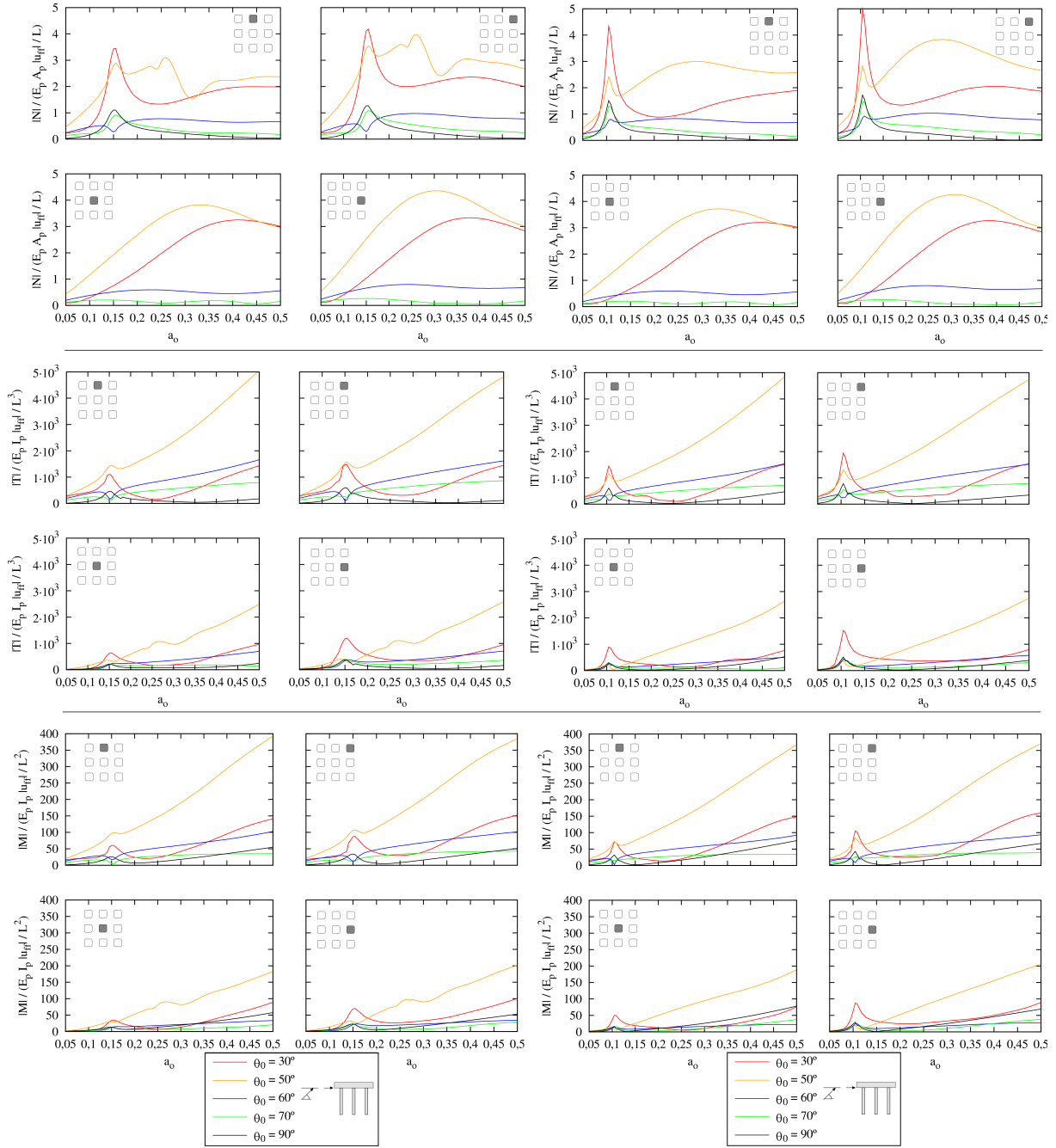


Figura 6. Esfuerzos en pilotes. Onda SV incidente. Esfuerzo axial (arriba), esfuerzo cortante (centro) y momento flector (abajo). Relaciones de aspecto  $h/b = 2$  (izquierda) y  $h/b = 4$  (derecha). Representación de esfuerzos en los pilotes central, central superior, central derecho y derecho superior del grupo de pilotes (indicado por el pilote sombreado en el diagrama mostrado en cada gráfico)



## Conclusiones

A lo largo del presente trabajo se ha estudiado la influencia del tipo de onda y ángulo de incidencia en la respuesta de encepados de pilotes y superestructuras. Para ello, se han analizado las funciones de transferencia en desplazamientos en el encepado rígido de un edificio modelado como un sistema de un grado de libertad cimentado en un grupo de 3x3 pilotes, así como la deflexión lateral que el edificio experimenta al ser sometido a ondas P, SH y SV con incidencia genérica y los esfuerzos que se inducen en los pilotes. Se analizan dos relaciones entre la altura de la superestructura y el semiancho del encepado diferentes, observándose, en todos los casos, que el ángulo de incidencia tiene una importancia determinante en el comportamiento de cimentaciones pilotadas, siendo este efecto particularmente notable en ondas incidentes de tipo SV. En este sentido, existe una gran diferencia entre los desplazamientos y esfuerzos producidos por ondas incidentes de igual magnitud pero con ángulos de incidencia cercanos o inferiores al crítico.

Como conclusión final, cabe destacar que se puede verificar que la hipótesis mayoritariamente empleada de incidencia vertical no tiene por qué ser la produzca situaciones más desfavorables tanto en cimentaciones como en superestructuras, de modo que el estado del arte actual debe evolucionar hacia modelos que consideren tanto el tipo de onda como el ángulo de incidencia de la misma como parámetros de importancia de cara a la cuantificación de la respuesta estructural real.

## Referencias:

- [1] S.M. Mamoon, S. Ahmad, *Seismic response of piles to obliquely incident SH, SV and P waves*. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 116(2), 186-204, 1990.
- [2] A.M. Kaynia, M. Novak, *Response of pile foundations to Rayleigh waves and obliquely incident body waves*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 21, 303-318, 1992.
- [3] L.A. Padrón, J.J. Aznárez, O. Maeso, *3-D boundary element - finite element method for the dynamic analysis of piled buildings*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 35(3), 465-477, 2011.
- [4] J. Domínguez, *Boundary elements in dynamics*. Computational Mechanics Publications & Elsevier Applied Science, Southampton, NY, 1993.
- [5] O. C. Zienkiewicz. *El método de los elementos finitos*. CIMNE. 2004.
- [6] J. D. Achenbach, *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland, Amsterdam, 1973.
- [7] O. Maeso, J. J. Aznárez y F. García. *Dynamic impedances of piles and groups of piles in saturated soils*. Comput Struct, 83, 769-782, 2005.
- [8] L. A. Padrón. *Numerical model for the dynamic analysis of pile foundations*. Tesis doctoral. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 2009.